



# INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

---

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków  
tel.126626273

## **Wymagania do egzaminu dyplomowego dla studentów kierunku matematyka studiów stacjonarnych i niestacjonarnych II stopnia na rok akademicki 2026/2027**

Egzamin dyplomowy (magisterski) składa się z dwóch części: weryfikacji efektów uczenia się oraz ustnego egzaminu dotyczącego złożonej pracy dyplomowej.

### **CZEŚĆ PIERWSZA**

Weryfikacja zdobytej wiedzy merytorycznej na kierunku matematyka (potwierdzająca osiągnięcie efektów uczenia się). Zakres tematyczny tej części egzaminu zawiera *Załącznik 1*.

### **CZEŚĆ DRUGA**

Ustny egzamin związany z pracą złożoną przez Dyplomanta, uwzględniający odpowiedzi na pytania Komisji egzaminacyjnej dotyczące treści pracy.



## Załącznik 1.

**Zakres materiału do części pierwszej egzaminu dyplomowego dotyczy poniższych zagadnień:**

**Pojęcia i wiadomości podstawowe**

1. Aksjomatyczny system teorii mnogości i równoważne formy pewnika wyboru.
2. Liczby kardynalne i ich arytmetyka.
3. Liczby porządkowe.
4. Relacje równoważności i porządkowe. Definiowanie pojęć matematycznych za pomocą relacji równoważności. Uporządkowanie podstawowych zbiorów liczbowych.
5. Konstrukcje podstawowych struktur liczbowych (liczby naturalne, całkowite, wymierne, rzeczywiste i zespolone).
6. Geometria krzywych. Krzywe regularne, długość krzywej.
7. Geometria powierzchni. Płaszczyzna styczna, wektor normalny.
8. Krzywe i powierzchnie stopnia 2.
9. Parametryzacja naturalna krzywej w  $R^3$ . Trójścian Freneta; krzywizna, torsja. Przykłady.
10. Fundamentalne twierdzenie teorii krzywych (Dla dowolnych dwóch funkcji rzeczywistych gładkich ... określonych na przedziale ... istnieje krzywa ... krzywizna ... skręcenie ...).
11. Definicje i modele podstawowych struktur algebraicznych, struktury ilorazowe.
12. Homomorfizmy struktur algebraicznych. Podstawowe własności oraz przykłady w poszczególnych strukturach.
13. Równania diofantyczne liniowe. Algorytm Euklidesa (w pierścieniach). Ułamki łańcuchowe.
14. Twierdzenia o liczbach pierwszych. Rozmieszczenie liczb pierwszych.
15. Elementy algebraiczne i elementy przestępne nad ciałem; rozszerzenia algebraiczne, rozszerzenia skończone, rozszerzenie o element algebraiczny.
16. Ciała algebraicznie domknięte. Twierdzenia Liouville'a i zasadnicze twierdzenie algebry.
17. Pojęcie przestrzeni probabilistycznej. Prawdopodobieństwo i jego podstawowe własności. Prawdopodobieństwo geometryczne, warunkowe, całkowite. Niezależność zdarzeń.
18. Zmienne losowe jedno- i dwuwymiarowe i generowane przez nie przestrzenie probabilistyczne na prostej i na płaszczyźnie. Niezależność zmiennych losowych. Dystrybuanta. Momenty zmiennej losowej (w tym wartość oczekiwana i wariancja).
19. Podstawowe rozkłady prawdopodobieństwa i przykłady przestrzeni probabilistycznych o tych rozkładach (rozkład Bernoulliego, Poissona, normalny, Cauchy'ego itd.).
20. Prawo wielkich liczb Bernoulliego. Centralne twierdzenia graniczne - zastosowania.
21. Estymacja punktowa (estymatory nieobciążone, estymatory największej wiarygodności) oraz estymacja przedziałowa (przedziały ufności, testowanie hipotez).
22. Ciągi i szeregi zespolone. Szeregi potęgowe.
23. Pochodna i różniczka funkcji zespolonej.
24. Funkcje analityczne oraz holomorficzne: własności oraz związki zachodzące między nimi.
25. Całkowanie funkcji zespolonych. Twierdzenie całkowite Cauchy'ego, wzór całkowy Cauchy'ego.
26. Miara i jej podstawowe własności. Miara Lebesgue'a, miara Jordana.
27. Miara Lebesgue'a i jej własności.
28. Całka Lebesgue'a, jej własności i związki z całką Riemanna.
29. Odwzorowania ciągle przestrzeni topologicznych, homeomorfizmy.



# INSTYTUT MATEMATYKI

Uniwersytet Komisji Edukacji Narodowej w Krakowie

ul. Podchorążych 2, 30-084 Kraków  
tel.126626273

30. Przestrzenie unormowane jako przykład łączenia struktury topologicznej i liniowej.
31. Różne rodzaje przestrzeni topologicznych (aksjomaty oddzielania, zwartość, zupełność, spójność, ośrodkowość).
32. Przestrzenie unormowane (Banacha); przykłady przestrzeni unormowanych (ciągłych, funkcyjnych, skończenie i nieskończenie wymiarowych).
33. Przestrzenie unitarne (Hilberta); związki między normą a iloczynem skalarnym. Operatory i funkcjonały liniowe ciągłe, podstawowe twierdzenia teorii operatorów, przestrzeni operatorów liniowych i ciągłych, przestrzeni dualna.
34. Twierdzenia o istnieniu i jednoznaczności rozwiązań równań różniczkowych.
35. Przykłady metod rozwiązywania pewnych typów równań różniczkowych pierwszego i drugiego rzędu.
36. Równania różniczkowe liniowe wyższych rzędów i liniowe układy równań różniczkowych.

## **Dydaktyka matematyki (dotyczy specjalności nauczycielskich)**

1. Dydaktyczne problemy związane z definiowaniem pojęć matematycznych i korzystaniem z definicji.
2. Wprowadzanie i formułowanie twierdzeń w matematyce szkolnej i ich stosowanie.
3. Dowodzenie twierdzeń i typy rozumowań w nauczaniu matematyki (indukcja, dedukcja, redukcja, rozumowanie nie wprost).
4. Różne reprezentacje pojęć i ich rola w procesie nauczania matematyki.
5. Błędy popełniane przez uczniów i sposoby ich wykorzystywania w procesie kształtowania pojęć.
6. Metodyka nauki o funkcjach i ich wykresach.
7. Równania i nierówności w matematyce elementarnej.
8. Wykorzystanie technologii informacyjnej w nauczaniu matematyki, przykłady edukacyjnych programów komputerowych.

## **Matematyka uniwersalna (dotyczy specjalności nienauczycielskich)**

1. Wartość kapitału w czasie: wartość bieżąca, wartość przyszła, strumień płatności.
2. Procesy stochastyczne – definicja i przykłady.
3. Stochastyczne modele wyceny instrumentów finansowych.
4. Szacowanie parametrów liniowego modelu ekonometrycznego i ocena dopasowania modelu do danych empirycznych.
5. Przykłady nieliniowych modeli ekonometrycznych i ich zastosowanie.
6. Zastosowanie baz danych SQL i NoSQL, ich zalety i ograniczenia.
7. Struktura aplikacji internetowej ASP.NET Core MVC – wzorzec architektoniczny ModelWidok-Kontroler.
8. Definiowanie klas, pól i metod w języku Python i C#.
9. Programowanie funkcyjne – funkcje czyste, rekurencja, wzorce projektowe.
10. Etapy cyklu tworzenia oprogramowania.
11. Budowa i mechanizm działania jednokierunkowych głębokich sieci neuronowych, algorytm propagacji wstecznej.
12. Zastosowania splotowych i rekurencyjnych sieci neuronowych oraz sieci typu transformer.
13. Metody i narzędzia wykorzystywane w przetwarzaniu Big Data.
14. Tworzenie kolumn obliczanych i miar w języku DAX.
15. Wykorzystanie funkcji analizy czasowej w raportach tworzonych za pomocą aplikacji Power BI.